NOVEMBER/DECEMBER 2024

23UEMA33 — MATHEMATICAL STATISTICS – I (Elective III)

SRIMATHUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL the questions.

1. Define distribution function of a random variable x.

   x என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் பரவற்சார் பலனை வரையறு.

2. Define mathematical expectation for discrete random variable.

   நிறை மாறியில் கணிதவியல் எதிர்பார்த்தலினை வரையறு.

3. If $E(x)$ is a mathematical expectation of a random variable x, then prove that $E(ax+b)=aE(x)+b$, where $a \propto$ 'b' are constants.

   $E(x)$ என்பதன் x ன் கணிதவியல் எதிர்பார்ப்பு எனில் $E(ax+b)=aE(x)+b$ என நிறுவுக. a, b ஆகியன மாறிலி ஆகும்.

4. Write its formula for finding variance.

மாறுபாடு காணும் சூத்திரத்தினை எழுதுக.

5. Prove that $M_{X+Y}(t) = M_x(t) \cdot M_y(t)$.

$M_{X+Y}(t) = M_x(t) \cdot M_y(t)$ என நிறுவுக.

6. Write the mean and variance of $B(10, \frac{4}{6})$.

$B(10, \frac{4}{6})$ என்ற பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காண்க.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

7. Define Poisson distribution.

பாய்சான் பரவலை வரையறுக்க.

8. Write the value of β_1 and β_2 in $P(\lambda)$.

$P(\lambda)$ன் β_1 மற்றும் β_2 மதிப்பினை எழுதுக.

9. Write the probability density function of $N(\mu, \sigma^2)$.

$N(\mu, \sigma^2)$ என்ற இயல்நிலைப் பரவலுக்கான நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலனை எழுதுக.

10. If $x \sim N(\mu, \sigma^2)$, then write its characteristic function.

$x \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில் அதன் பண்பு சார்பலனை எழுதுக.

x மற்றும் y ஆகியன இரண்டு சமவாய்ப்பு மாறி மற்றும் அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனானது

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(6 - x - y); & 0 \le x < 2,\ 2 \le y < 4 \\ 0, & \text{மற்றவை} \end{cases}$$

எனில் (அ) $P(x < 1 \cap y < 3)$ (ஆ) $P(x + y < 3)$ ஆகியன காண்க.

18. Ten coins are thrown simultaneously. Find the probability of getting at least seven heads.

பத்து நாணயங்கள் ஒருசேர சுண்டப்படுகிறது எனில் குறைந்தபட்சம் ஏழு தலைகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

19. Find the moment generating function of Geometric distribution. And hence find its mean and variance.

வடிவ பரவலின் திருப்புத்திறன் பிறப்பிக்கின்ற சார்பலனை தருவி. அதிலிருந்து அதன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காண்க.

20. Find mode of $N(\mu, \sigma^2)$.

$N(\mu, \sigma^2)$ ன் முகடு காண்க.

SRM INSTITUTES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) State the properties of distribution function.

பரவற் சார்பலனின் பண்புகளை எழுதுக.

Or

(b) Write the first four central moments in terms of raw moments.

முதல் நான்கு மையத் திருப்புத்திறன்களை மூலத் திருப்புத்திறன் மூலம் எழுதுக.

12. (a) If x and y are random variables, then prove that $E(x + y) = E(x) + E(y)$.

x மற்றும் y என்பது சமவாய்ப்பு மாறிலி எனில் $E(x + y) = E(x) + E(y)$ என நிறுவுக.

Or

(b) Find the expectation of the number on a die when thrown.

ஒரு பகடை உருட்டுதலில் கிடைக்கப்பெறும் இலக்கங்களுக்கான எதிர்பார்த்தலை காண்க.

13. (a) Write the uniqueness theorem of moment generating function.

திருப்புத்திறன் பிறப்பிக்கின்ற சார்பலனின் தனித்துவ தேற்றத்தினை எழுதுக.

Or

(b) Define cummulants.

மடக்கைத் திருப்புத்திறன் - வரையறு.

14. (a) Find the variance of Poisson distribution.

பாய்சான் பரவலின் மாறுபாடு காண்க.

Or

(b) Six coins are tossed 6,400 times. Using Poisson distribution, find the approximate probability of getting six heads r times.

ஆறு நாணயங்களை 6,400 முறை சுண்டும்போது r முறைகள் ஆறு விழுவதற்கான நிகழ்தகவு பாய்சான் பரவலை பயன்படுத்தி காண்க.

15. (a) If X is a normal random variable with mean 30 and SD 5. Then find $P(26 \le X \le 40)$.

X என்ற மாறி இயல் நிலை பரவலை காணும் மற்றும் அதன் சராசரி 30 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 5 எனில் $P(26 \le X \le 40)$.

Or

(b) Write any five properties of normal distribution.

இயல்நிலைப் பரவலின் ஏதேனும் 5 பண்புகளை எழுதுக.

SHANMUGA ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. The diameter, say x of an electric cable, is assumed to be a continuous random variable with p.d.f $f(x) = 6x(1-x),\ 0 \le x \le 1$.

(a) Check that the above is a p.d.f.

(b) Obtain an expression for the c.d.f of x.

(c) Determine the number k such that $P(x < k) = P(x > k)$.

x என்பது ஒரு ஒயரின் சுற்றளவு எனில், அது பின்வரும் நிகழ்தகவு சார்பலனை சார்ந்தது எனில்

$f(x) = 6x(1-x),\ 0 \le x \le 1$

(அ) மேற்குறிப்பிட்ட சார்பலன் ஒரு நிகழ்தகவு சார்பலன் என நிறுவுக.

(ஆ) பரவற்சார்பலனை எழுதுக.

(இ) $P(x < k) = P(x > k)$ என நிறுவ k என்ற மதிப்பு காண்க.

17. If x and y are two random variables having joint density function :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(6 - x - y); & 0 \le x < 2,\ 2 \le y < 4 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Find (a) $P(x < 1 \cap y < 3)$ (b) $P(x + y < 3)$.